

51.  $xy dx + (x+1) dy = 0$ .      52.  $\sqrt{y^2 + 1} dx = xy dy$ .  
 53.  $(x^2 - 1) y' + 2xy^2 = 0$ ;  $y(0) = 1$ .  
 54.  $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$ ;  $y(\pi/2) = 0$ .  
 55.  $y' = 3\sqrt[3]{y^2}$ ;  $y(2) = 0$ .      56.  $xy' + y = y^2$ ;  $y(1) = 0,5$ .  
 57.  $2x^2yy' + y^2 = 2$ .      58.  $y' - xy^2 = 2xy$ .  
 59.  $e^{-s} \left(1 + \frac{ds}{dt}\right) = 1$ .      60.  $z' = 10^{x+z}$ .  
 61.  $x \frac{dx}{dt} + t = 1$ .      62.  $y' = \cos(y - x)$ .  
 63.  $y' - y = 2x - 3$ .      64.  $(x + 2y)y' = 1$ ;  $y(0) = -1$ .  
 65.  $y' = \sqrt{4x + 2y - 1}$ .

**Separable**

Решить уравнения 101—129.

Homogeneous

101.  $(x + 2y) dx - x dy = 0.$

102.  $(x - y) dx + (x + y) dy = 0.$

103.  $(y^2 - 2xy) dx + x^2 dy = 0.$

104.  $2x^3 y' = y(2x^2 - y^2).$

105.  $y^2 + x^2 y' = xy y'.$

106.  $(x^2 + y^2) y' = 2xy.$

107.  $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$

108.  $xy' = y - xe^{y/x}.$

109.  $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x}.$

110.  $xy' = y \cos \ln \frac{y}{x}.$

111.  $(y + \sqrt{xy}) dx = x dy.$

... называется однородной функцией степени  $n$

## Homogeneous

$$112. xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y.$$

$$113. (2x - 4y + 6) dx + (x + y - 3) dy = 0.$$

$$114. (2x + y + 1) dx - (4x + 2y - 3) dy = 0.$$

$$115. x - y - 1 + (y - x + 2) y' = 0.$$

$$116. (x + 4y) y' = 2x + 3y - 5.$$

$$117. (y + 2) dx = (2x + y - 4) dy.$$

$$118. y' = 2 \left( \frac{y + 2}{x + y - 1} \right)^2.$$

$$119. (y' + 1) \ln \frac{y + x}{x + 3} = \frac{y + x}{x + 3}. \quad 120. y' = \frac{y + 2}{x + 1} + \operatorname{tg} \frac{y - 2x}{x + 1}.$$

$$121. x^3 (y' - x) = y^2.$$

$$122. 2x^2 y' = y^3 + xy.$$

$$123. 2x dy + (x^2 y^4 + 1) y dx = 0.$$

$$124. y dx + x (2xy + 1) dy = 0.$$

$$125. 2y' + x = 4\sqrt{y}.$$

$$126. y' = y^2 - \frac{2}{x^2}.$$

$$127. 2xy' + y = y^2 \sqrt{x - x^2 y^2}.$$

$$128. \frac{2}{3} xyy' = \sqrt{x^6 - y^4} + y^2.$$

$$129. 2y + (x^2 y + 1) xy' = 0.$$

нения  $y' + 2y^2 = 6/x^2$  те же рассуждения побуждают нас искать частное решение в виде  $y = a/x$ , представляя  $y = a/x$  в уравнении, найдем постоянную  $a$ .

## Linear and Bernoulli

Решить уравнения 136—160.

136.  $xy' - 2y = 2x^4$ .

137.  $(2x + 1)y' = 4x + 2y$ .

138.  $y' + y \operatorname{tg} x = \sec x$ .

139.  $(xy + e^x) dx - x dy = 0$ .

140.  $x^2y' + xy + 1 = 0$ .

141.  $y = x(y' - x \cos x)$ .

142.  $2x(x^2 + y) dx = dy$ .

143.  $(xy' - 1) \ln x = 2y$ .

144.  $xy' + (x + 1)y = 3x^2e^{-x}$ .

145.  $(x + y^2) dy = y dx$ .

146.  $(2e^y - x)y' = 1$ .

147.  $(\sin^2 y + x \operatorname{ctg} y)y' = 1$ .

148.  $(2x + y) dy = y dx + 4 \ln y dy$ .

149.  $y' = \frac{y}{3x - y^2}$ .

150.  $(1 - 2xy)y' = y(y - 1)$ .

151.  $y' + 2y = y^2e^x$ .

152.  $(x + 1)(y' + y^2) = -y$ .

153.  $y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$ .

154.  $xy^2y' = x^2 + y^3$ .

155.  $xy dy = (y^2 + x) dx$ .

156.  $xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$ .

157.  $xy' + 2y + x^5y^3e^x = 0$ .

158.  $2y' - \frac{x}{y} = \frac{xy}{x^2 - 1}$ .

159.  $y'x^3 \sin y = xy' - 2y$ .

160.  $(2x^2y \ln y - x)y' = y$ .

С помощью замены переменных или дифференцирования привести уравнения 161—166 к линейным и решить их.

161.  $x dx = (x^2 - 2y + 1) dy$ .

162.  $(x + 1)(yy' - 1) = y^2$ .

163.  $x(e^y - y') = 2$ .

164.  $(x^2 - 1)y' \sin y + 2x \cos y = 2x - 2x^3$ .

165.  $y(x) = \int_0^x y(t) dt + x + 1$ .

166.  $\int_0^x (x - t)y(t) dt = 2x + \int_0^x y(t) dt$ .

В задачах 186—194 проверить, что данные уравнения являются уравнениями в полных дифференциалах, и решить их.

$$186. 2xy dx + (x^2 - y^2) dy = 0.$$

$$187. (2 - 9xy^2) x dx + (4y^2 - 6x^3) y dy = 0.$$

$$188. e^{-y} dx - (2y + xe^{-y}) dy = 0.$$

$$189. \frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0.$$

**Exact**

$$190. \frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx - \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0.$$

$$191. 2x(1 + \sqrt{x^2 - y}) dx - \sqrt{x^2 - y} dy = 0.$$

$$192. (1 + y^2 \sin 2x) dx - 2y \cos^2 x dy = 0.$$

$$193. 3x^2(1 + \ln y) dx = \left(2y - \frac{x^3}{y}\right) dy.$$

$$194. \left(\frac{x}{\sin y} + 2\right) dx + \frac{(x^2 + 1) \cos y}{\cos 2y - 1} dy = 0.$$

$$195. (x^2 + y^2 + x) dx + y dy = 0.$$

$$196. (x^2 + y^2 + y) dx - x dy = 0.$$

$$197. y dy = (x dy + y dx) \sqrt{1 + y^2}.$$

$$198. xy^2(xy' + y) = 1, \quad 199. y^2 dx - (xy + x^3) dy = 0.$$

$$200. \left(y - \frac{1}{x}\right) dx + \frac{dy}{y} = 0.$$

**Integrating Factor**

$$201. (x^2 + 3 \ln y) y dx = x dy.$$

$$202. y^2 dx + (xy + \operatorname{tg} xy) dy = 0.$$

$$203. y(x + y) dx + (xy + 1) dy = 0.$$

$$204. y(y^2 + 1) dx + x(y^2 - x + 1) dy = 0.$$

$$205. (x^2 + 2x + y) dx = (x - 3x^2y) dy.$$

$$206. y dx - x dy = 2x^3 \operatorname{tg} \frac{y}{x} dx.$$

$$207. y^2 dx + (e^x - y) dy = 0.$$

$$208. xy dx = (y^3 + x^2y + x^2) dy.$$

$$209. x^2y(y dx + x dy) = 2y dx + x dy.$$

$$210. (x^2 - y^2 + y) dx + x(2y - 1) dy = 0.$$

$$211. (2x^2y^2 + y) dx + (x^3y - x) dy = 0.$$

$$212. (2x^2y^3 - 1) y dx + (4x^2y^3 - 1) x dy = 0.$$

$$213. y(x + y^2) dx + x^2(y - 1) dy = 0.$$

$$214. (x^2 - \sin^2 y) dx + x \sin 2y dy = 0.$$

$$215. x(\ln y + 2 \ln x - 1) dy = 2y dx.$$

$$216. (x^2 + 1)(2x dx + \cos y dy) = 2x \sin y dx.$$

$$217. (2x^3y^2 - y) dx + (2x^2y^3 - x) dy = 0.$$

$$218. x^2y^3 + y + (x^3y^2 - x)y' = 0.$$

$$219. (x^2 - y) dx + x(y + 1) dy = 0.$$

$$220. y^2(y dx - 2x dy) = x^3(x dy - 2y dx).$$

ПРОВЕРЬТЕ РЕШЕНИЯ

301.  $xy' + x^2 + xy - y = 0$ . 302.  $2xy' + y^2 = 1$ .  
 303.  $(2xy^2 - y) dx + x dy = 0$ .  
 304.  $(xy' + y)^2 = x^2 y'$ . 305.  $y - y' = y^2 + xy'$ .  
 306.  $(x + 2y^3) y' = y$ . 307.  $y'^3 - y' e^{2x} = 0$ .  
 308.  $x^2 y' = y(x + y)$ . 309.  $(1 - x^2) dy + xy dx = 0$ .  
 310.  $y'^2 + 2(x - 1) y' - 2y = 0$ .  
 311.  $y + y' \ln^2 y = (x + 2 \ln y) y'$ .  
 312.  $x^2 y' - 2xy = 3y$ . 313.  $x + yy' = y^2(1 + y'^2)$ .  
 314.  $y = (xy' + 2y)^2$ . 315.  $y' = \frac{1}{x - y^2}$ .  
 316.  $y'^3 + (3x - 6) y' = 3y$ . 317.  $x - \frac{y}{y'} = \frac{2}{y}$ .  
 318.  $2y'^3 - 3y'^2 + x = y$ . 319.  $(x + y)^2 y' = 1$ .  
 320.  $2x^3 y y' + 3x^2 y^2 + 7 = 0$ . 321.  $\frac{dx}{x} = \left(\frac{1}{y} - 2x\right) dy$ .  
 322.  $xy' = e^y + 2y'$ . 323.  $2(x - y^2) dy = y dx$ .  
 324.  $x^2 y'^2 + y^2 = 2x(2 - yy')$ .  
 325.  $dy + (xy - xy^3) dx = 0$ . 326.  $2x^2 y' = y^2(2xy' - y)$ .  
 327.  $\frac{y - xy'}{x + yy'} = 2$ . 328.  $x(x - 1) y' + 2xy = 1$ .  
 329.  $xy(xy' - y)^2 + 2y' = 0$ . 330.  $(1 - x^2) y' - 2xy^2 = xy$ .

1) Все задачи § 9 решаются изложенными ранее методами.

Решить уравнения 331—420.

331.  $y' + y = xy^3$ .  
 332.  $(xy^4 - x) dx + (y + xy) dy = 0$ .  
 333.  $(\sin x + y) dy + (y \cos x - x^2) dx = 0$ .  
 334.  $3y^3 - xy' + 1 = 0$ . 335.  $yy' + y^2 \operatorname{ctg} x = \cos x$ .  
 336.  $(e^y + 2xy) dx + (e^y + x) x dy = 0$ .  
 337.  $xy^2 = y - y'$ . 338.  $x(x+1)(y'-1) = y$ .  
 339.  $y(y - xy') = \sqrt{x^4 + y^4}$ . 340.  $xy' + y = \ln y'$ .  
 341.  $x^2(dy - dx) = (x + y) y dx$ .  
 342.  $y' + x\sqrt[3]{y} = 3y$ . 343.  $(x \cos y + \sin 2y) y' = 1$ .  
 344.  $y'^2 - yy' + e^x = 0$ . 345.  $y' = \frac{x}{y} e^{2x} + y$ .  
 346.  $(xy' - y)^3 = y^3 - 1$ . 347.  $(4xy - 3) y' + y^2 = 1$ .  
 348.  $y' \sqrt{x} = \sqrt{y - x} + \sqrt{x}$ .  
 349.  $xy' = 2\sqrt{y} \cos x - 2y$ . 350.  $3y^4 = y' + y$ .  
 351.  $y^2(y - xy') = x^3 y'$ . 352.  $y' = (4x + y - 3)^2$ .  
 353.  $(\cos x - x \sin x) y dx + (x \cos x - 2y) dy = 0$ .  
 354.  $x^2 y'^2 - 2xyy' = x^2 + 3y^2$ .  
 355.  $\frac{xy'}{y} + 2xy \ln x + 1 = 0$ . 356.  $xy' = x \sqrt{y - x^2} + 2y$ .  
 357.  $(1 - x^2 y) dx + x^2(y - x) dy = 0$ .  
 358.  $(2xe^y + y^4) y' = ye^y$ . 359.  $xy' (\ln y - \ln x) = y$ .  
 360.  $2y' = x + \ln y'$ .  
 361.  $(2x^2 y - 3y^2) y' = 6x^2 - 2xy^2 + 1$ .  
 362.  $yy' = 4x + 3y - 2$ .  
 363.  $y^2 y' + x^2 \sin^3 x = y^3 \operatorname{ctg} x$ . **Mixed II**  
 364.  $2xy' - y = \sin y'$ .  
 365.  $(x^2 y^2 + 1) y + (xy - 1)^2 xy' = 0$ .  
 366.  $y \sin x + y' \cos x = 1$ .  
 367.  $x dy - y dx = x \sqrt{x^2 + y^2} dx$ .  
 368.  $y^2 + x^2 y'^5 = xy(y'^2 + y'^3)$ .  
 369.  $y' = \sqrt[3]{2x - y} + 2$ .  
 370.  $\left(x - y \cos \frac{y}{x}\right) dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0$ .  
 371.  $2(x^2 y + \sqrt{1 + x^4 y^2}) dx + x^3 dy = 0$ .  
 372.  $(y' - x \sqrt{y})(x^2 - 1) = xy$ .  
 373.  $y'^3 + (y'^2 - 2y') x = 3y' - y$ .  
 374.  $(2x + 3y - 1) dx + (4x + 6y - 5) dy = 0$ .  
 375.  $(2xy^2 - y) dx + (y^2 + x + y) dy = 0$ .  
 376.  $y = y' \sqrt{1 + y'^2}$ . 377.  $y^2 = (xyy' + 1) \ln x$ .



378.  $4y = x^2 + y'^2$ .  
 379.  $2x dy + y dx + xy^2(x dy + y dx) = 0$ .  
 380.  $x dx + (x^2 \operatorname{ctg} y - 3 \cos y) dy = 0$ .  
 381.  $x^2 y'^2 - 2(xy - 2)y' + y^2 = 0$ .  
 382.  $xy' + 1 = e^{x-y}$ .      383.  $y' = \operatorname{tg}(y - 2x)$ .  
 384.  $3x^2 - y = y' \sqrt{x^2 + 1}$ .      385.  $yy' + xy = x^3$ .  
 386.  $x(x-1)y' + y^3 = xy$ .      387.  $xy' = 2y + \sqrt{1 + y'^2}$ .  
 388.  $(2x + y + 5)y' = 3x + 6$ .  
 389.  $y' + \operatorname{tg} y = x \sec y$ .      390.  $y'^4 = 4y(xy' - 2y)^2$ .  
 391.  $y' = \frac{y^2 - x}{2y(x+1)}$ .      392.  $xy' = x^2 e^{-y} + 2$ .  
 393.  $y' = 3x + \sqrt{y - x^2}$ .  
 394.  $x dy - 2y dx + xy^2(2x dy + y dx) = 0$ .  
 395.  $(x^3 - 2xy^2) dx + 3x^2 y dy = x dy - y dx$ .  
 396.  $(yy')^3 = 27x(y^2 - 2x^2)$ .      397.  $y' - 8x \sqrt{y} = \frac{4xy}{x^2 - 1}$ .  
 398.  $[2x - \ln(y+1)] dx - \frac{x+y}{y+1} dy = 0$ .  
 399.  $xy' = (x^2 + \operatorname{tg} y) \cos^2 y$ .      400.  $x^2(y - xy') = yy'^2$ .  
 401.  $y' = \frac{3x^2}{x^3 + y + 1}$ .      402.  $y' = \frac{(1+y)^2}{x(y+1) - x^2}$ .  
 403.  $(y - 2xy')^2 = 4yy'^3$ .  
 404.  $6x^5 y dx + (y^4 \ln y - 3x^6) dy = 0$ .  
 405.  $y' = \frac{1}{2} \sqrt{x} + \sqrt[3]{y}$ .      406.  $2xy' + 1 = y + \frac{x^2}{y-1}$ .  
 407.  $yy' + x = \frac{1}{2} \left( \frac{x^2 + y^2}{x} \right)^2$ .      408.  $y' = \left( \frac{3x + y^3 - 1}{y} \right)^2$ .  
 409.  $(x \sqrt{y^2 + 1} + 1)(y^2 + 1) dx = xy dy$ .  
 410.  $(x^2 + y^2 + 1)yy' + (x^2 + y^2 - 1)x = 0$ .  
 411.  $y^2(x-1) dx = x(xy + x - 2y) dy$ .  
 412.  $(xy' - y)^2 = x^2 y^2 - x^4$ .  
 413.  $xyy' - x^2 \sqrt{y^2 + 1} = (x+1)(y^2 + 1)$ .  
 414.  $(x^2 - 1)y' + y^2 - 2xy + 1 = 0$ .  
 415.  $y' \operatorname{tg} y + 4x^3 \cos y = 2x$ .  
 416.  $(xy' - y)^2 = y'^2 - \frac{2yy'}{x} + 1$ .  
 417.  $(x+y)(1-xy) dx + (x+2y) dy = 0$ .  
 418.  $(3xy + x + y)y dx + (4xy + x + 2y)x dy = 0$ .  
 419.  $(x^2 - 1) dx + (x^2 y^2 + x^3 + x) dy = 0$ .  
 420.  $x(y'^2 + e^{2y}) = -2y'$ .

**Mixed III**